



Produto & Produção, vol. 18, n. 1, p. 12-24, 2017.

RECEBIDO EM 22/062016. ACEITO EM 15/02/2017.

Philippe Jorge Silva

Universidade Federal de Ouro Preto- UFOP

philipe.jorge.silva@gmail.com

Clarisse Silva Vieira

Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP

clarisse@cead.ufop.br

André Luís Silva

Universidade Federal de Ouro Preto- UFOP

andreluismg@gmail.com

Modelagem e Solução de Problemas de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos

Resumo

Este trabalho apresenta um modelo de Programação Linear Inteira Mista para o Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR) e propõe a elaboração de um software para efetuar a interface entre o usuário e o modelo. O objetivo do sistema é utilizar planilhas do MS EXCEL e programação com *Visual Basic for Applications*, para facilitar a interação entre um usuário comum e o modelo matemático, fornecendo resultados em gráficos de interpretação amigável. O modelo, por sua vez, tem como objetivo reduzir o tempo total de execução do projeto (makespan). Neste contexto, é apresentado um estudo de caso onde há aplicação deste protótipo a uma planta de análise química de minério de ferro e os resultados são devidamente analisados e comparados com o objetivo inicial. Tanto o novo sistema quanto o modelo matemático se mostraram capazes de atender às necessidades observadas na realidade das empresas.

Palavras-chave: Programação Linear Inteira Mista, Sequenciamento. Restrição de Recursos.

Abstract

This paper presents a Mixed Integer Linear Programming Model for Resource Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP) and proposes the development of a software to make the interface between the user and the model. The goal of the software is to use spreadsheets in EXCEL and programming with Visual Basic for Applications and it aims to facilitate the interaction between a user and the mathematical model. It provides the results in friendly interpretation charts too. The model, in turn, aims to reduce the total time project execution (makespan). In this context, a case is presented where there is an application of this prototype to a chemical test plant of iron ore. The results are analyzed and compared with the initial objective. Both, the software and the mathematical model, have been shown to meet the needs observed in the reality of companies.

Keywords: Mixed Linear Integer Programming, Scheduling. Resource Constrained.

1. Introdução

O sequenciamento de atividades aplicado à gestão de projetos constitui um ferramental imprescindível para o sucesso de um empreendimento. Além disso, proporciona, através da elaboração de um estudo profundo das relações e peculiaridades das tarefas, um entendimento completo do problema em questão. Não menos importante, o sequenciamento também auxilia na identificação, compreensão e análise de alternativas possíveis para se trabalhar de forma mais eficiente todo o processo produtivo.

Devido à suas dificuldades e importâncias, os problemas de sequenciamento em projetos classificados como Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR) – *Resource Constrained Project Scheduling Problem* (RCPSP) são alvos de estudos e investigação de pesquisadores há vários anos (BALAS, 1967).

Atualmente, segundo Vieira (2010), a otimização do sequenciamento de atividades e da alocação de recursos continua sendo uma área da administração de projetos que desperta relevante interesse tanto no meio científico quanto em diversos setores industriais. Uma das razões para tal atratividade é a possibilidade de redução de tempo da realização de projetos, bem como a dificuldade de otimização de problemas reais, encontrados no âmbito empresarial, caracterizados pela sua complexidade e pela difícil análise. Esse obstáculo, ao contrário do que se imagina, é um verdadeiro estímulo para a busca de técnicas matemáticas modernas, que possam auxiliar na implementação e solução desses tipos de problemas.

Os Problemas de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos pertencem à classe dos problemas combinatoriais (GAREY, JOHNSON, 1975). Sendo assim, os procedimentos para solucioná-lo podem ser extraídos da otimização combinatória. Mesmo que seja possível, na teoria, encontrar a solução ótima em alguns problemas apenas por simples enumeração, segundo Garey e Johnson (1975), na prática esta tarefa se torna praticamente impossível, uma vez que em problemas reais, o número de soluções possíveis pode ser extremamente alto.

Uma vasta variedade de programas matemáticos tem sido proposta a cada ano para tentar solucionar os problemas de sequenciamento de atividades, levando ao desenvolvimento de *softwares* dedicados a tal finalidade. Diante deste desafio, numerosas abordagens vêm sendo desenvolvidas por diversos autores durante décadas. Dentre eles, podemos citar alguns de grande destaque, como àqueles propostos por Bruni *et al.* (2011), Kone *et al.* (2011), Artigues *et al.* (2003), Carlier e Néron (2003), Brucker *et al.* (1998), Mingozzi *et al.* (1998), Konstantinidis (1998), Kolisch e Sprecher (1996), e Christofides *et al.* (1987).

Como regra geral, os problemas de alocação de recursos e sequenciamento de atividades têm sido modelados como problemas de otimização envolvendo variáveis contínuas e variáveis inteiras. Por estar inserida nesse contexto, a Programação Linear Inteira Mista é uma abordagem da programação matemática propícia para resolver essa classe de problemas, sendo consistente o suficiente para gerar bons resultados práticos. Uma grande vantagem da utilização dessa técnica é a capacidade de representar matematicamente as constantes e as variáveis dos problemas reais, permitindo obter soluções ótimas.

Existe um leque de medidas, ferramentas e sistemas gerenciais que podem prover melhorias na rotina de uma empresa. Sempre almejando alcançar um lucro maior, deixar de observar essas opções seria abrir mão de potenciais tecnologias capazes de sistematizar a produção e aumentar as margens de lucro.

A aplicação de técnicas de sequenciamento (*Scheduling*) visa atingir a melhor utilização dos recursos já instalados no sistema e resulta na correta sequência de utilização dos recursos, otimização e eficiência do sistema por encontrar tempos de produção mais curtos para finalização de todas as linhas (*Jobs*).

A decisão tomada pelas técnicas *Scheduling* apresenta um importante papel na maioria dos sistemas de produção, de manufatura e também em ambientes de processamento de informações, uma vez que os recursos dentro das organizações são escassos e as técnicas de sequenciamento lidam exatamente com a alocação destes recursos no tempo.

Outro ponto a se destacar é que, devido a pouca versatilidade da apresentação dos resultados, a interpretação do *output* de sistemas de otimização, que é de natureza complexa, pode exigir

conhecimentos específicos de desenvolvimento e modelagem matemática que, em muitos casos, os responsáveis pela execução de projetos não detêm.

A oportunidade de criar uma ferramenta que possa suprir as necessidades descritas acima com retorno financeiro potencial, num tempo hábil compatível com a dinâmica dos negócios e a carência de uma ferramenta computacional, incentivou a elaboração deste trabalho que tem como objetivo principal apresentar uma formulação da programação linear para o Problema de Sequenciamento de Projeto com Restrição de Recurso (PSPRR). O intuito do modelo é reduzir o tempo total de execução de projetos considerando que todas as atividades são processadas em tempos determinados e necessitam de uma quantidade constante de recursos renováveis para serem executadas. Também propõe a criação de um *software* de interface entre o modelo e o usuário comum, realizando o tratamento e emissão de dados de maneira simples e visualmente agradável.

A dinâmica acelerada das atividades produtivas muitas vezes impede que um planejamento ótimo de uma rotina de produção seja alcançado. Essa carência abre a oportunidade de utilizar modelos matemáticos de sequenciamento que executem a ordenação das atividades no ritmo adequado.

O desenvolvimento de um *software* que facilite essa atividade e automatize as tarefas repetitivas viabiliza ainda mais essa prática.

Sabendo-se que o Office é uma das ferramentas muito disseminadas nas empresas, o desenvolvimento desse sistema em *Visual Basic* - Excel permite que a maioria das empresas possa utilizá-lo.

Nesse intuito, o presente trabalho está organizado em 5 seções. A primeira seção, tal como já descrito, apresentou a Introdução sobre o assunto. A segunda seção apresenta a revisão teórica juntamente com alguns trabalhos relacionados com o Problema de Sequenciamento de Atividades em Projetos com Restrição de Recursos, e que subsidiaram a construção do presente trabalho. Na terceira seção está contido o modelo para o PSPRR, com parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e demais características. Também é apresentado o algoritmo desenvolvido para executar as rotinas do *software* responsável pela interação entre o usuário e o modelo matemático. A quarta seção apresenta as aplicações e resultados do trabalho. Por fim, a quinta seção traz as conclusões.

2. Revisão da Literatura

O Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR) é constituído, genericamente, por um conjunto de atividades, $V = (1, 2, \dots, n)$, e um conjunto de recursos renováveis, $R = (1, \dots, m)$. Cada atividade i do projeto necessita de uma quantidade constante do recurso (rik) para ser executada. Segundo Brucker *et al* (1998), a atividade i é executada sem ser interrompida em pi unidades de tempo. Cada tipo de recurso está disponível em uma quantidade constante de unidades (Rk). Os valores de Rk , $rike$ são maiores ou iguais a zero. Algumas relações de precedência entre as atividades são definidas a priori. O objetivo é determinar a data de início para cada atividade do projeto, de uma forma que a quantidade de cada tipo de recurso utilizada, durante um determinado período de execução, seja menor ou igual à quantidade total disponível deste recurso; todas as relações de precedência devem ser respeitadas e o *makespan* seja minimizado.

Diversos autores, como Brucker e Knust (1998), Carlier e Néron (2003) e Artigues *et al.* (2003), propuseram modelos de Programação Matemática para o Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR).

A formulação proposta por Brucker e Knust (1998) considera que é possível dividir o horizonte de planejamento em sucessivos intervalos de tempos e que as atividades do projeto podem ser particionadas. Nele, as partes de atividades diferentes podem ser executadas simultaneamente. No entanto, as partes de uma mesma atividade devem ser executadas de uma maneira sequencial. Sendo assim, o problema consiste em determinar quais as partes das atividades que poderão ser executadas simultaneamente dentro de um mesmo intervalo, obedecendo às restrições de recursos e precedência e com o intuito de minimizar o tempo total de execução do projeto.

O modelo de Programação Matemática proposto por Carlier e Néron (2003) também considera que o horizonte de planejamento pode ser dividido em sucessivos intervalos de tempo e que as atividades de um projeto podem ser particionadas. No entanto, as partes das atividades são

executadas em intervalos consecutivos de tempo, não podendo mais ser executadas simultaneamente, sendo essa uma das principais diferenças em relação ao modelo de Brucker e Knust (1998). A quantidade total de recurso disponível, bem como os tempos de processamento e as quantidades de recurso para cada atividade, são valores definidos no início do projeto.

Brucker e Knust (2000), assim como Carlier e Néron (2003), Mingozzi *et al.* (1998), Christofides *et al.* (1987) e Klein e Scholl (1999) modificam a formulação do problema original relaxando algumas restrições. Brucker e Knust (2000), Carlier e Néron (2003), Klein e Scholl (1999) também propõem o cálculo de limites inferiores para o PSPRR.

Artigues *et al.* (2003) propõem uma formulação de Programação Linear Inteira Mista para o Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos (PSPRR), que, de acordo com os próprios autores, é uma extensão do modelo matemático clássico do problema de sequenciamento do *Job Shop*. Essa formulação considera ainda o PSPRR como um problema de fluxo. O que também pode ser constatado em Deblaere *et al.* (2007).

Pode-se notar que a literatura desenvolvida sobre o Problema de Sequenciamento de Atividades em Projetos com Restrição de Recursos é diversa e responde a questões relevantes sobre este assunto. Diferentes métodos de solução, heurísticos e exatos, também podem ser encontrados em relação ao problema proposto como também em relação às ferramentas de suporte como os trabalhos desenvolvidos. O que pode ser comprovado nos trabalhos desenvolvidos por Vanhoucke e Coelho (2016), Bianco e Caramia (2013) e Artigues *et al.* (2013). Outro ponto importante e bastante abordado é a aplicação desta classe de problema em questões reais.

Pizzolato *et al.* (1999) relataram uma aplicação real observada no planejamento da produção em uma empresa química. O trabalho relata alguns desafios encontrados e discute as opções adotadas referentes aos custos de *setup*, à sequência de produção e à produção de pequenas ordens, as quais exigem pouco tempo produtivo, mas longos tempos de *setup*. O trabalho prossegue com o desenvolvimento de uma proposta de metodologia de sequenciamento da produção baseada no problema do caixeiro viajante, seguida de um algoritmo para reduzir as penalidades de antecipação e atraso na produção de várias ordens.

Bruni *et al.* (2011) propuseram uma heurística para solucionar uma aplicação em sequenciamento de atividades com restrição de recursos. Para tanto, além de descrever detalhadamente a heurística, os autores também apresentaram a aplicação do Problema de Sequenciamento com Restrição de Recursos em um estudo de caso.

Vieira (2010) propõe uma formulação para o PSPRR que considera os tempos de processamento como funções não lineares das quantidades de recursos aplicadas e que incorpora dois tipos adicionais de restrições de precedência: a previsão de atividades que não podem ser executadas simultaneamente e a consideração da existência de tempo de espera ao final de algumas atividades. Aproximações lineares usando múltiplos segmentos de retas são propostas para reformular o problema como um problema de Programação Linear Inteira Mista. Embora o tratamento seja desenvolvido visando recursos contínuos, ele também é aplicável a problemas com recursos discretos. Estuda-se o Método de Decomposição de Benders como ferramenta para soluções computacionais. Em 2013, esse mesmo autor, apresentou uma aplicação do Problema de Sequenciamento com Restrição de Recursos em um projeto da construção civil.

Junior (2012) propõem, através da programação matemática, um modelo de natureza *Mixed Integer Linear Programming* (MILP) para o sequenciamento de produção em plantas de processamento de frutas envolvendo restrições nos recursos na ordem de execução das atividades e nos tempos de processamento. O modelo matemático visou minimizar o tempo total de processamento *Makespan* encontrar a sequência ótima para quatro tarefas em três processadores. A implementação de sistemas computacionais é fundamental para que se tenha um sistema produtivo eficiente e otimizado. O modelo foi implementado usando o *software General Algebraic Modeling System* (GAMS).

Kone *et al.* (2011) relatam a comparação de alguns modelos lineares de programação destinados ao Problema de Sequenciamento com Restrição de Recursos. Neste sentido, foram tratados e comparados modelos discretos e contínuos. Por fim, foi descrita uma nova modelagem baseada em eventos.

Resume-se desta forma uma abordagem sobre os problemas semelhantes ao aqui abordado. Buscou-se também a apresentação de artigos que tratassem de aplicações em problemas reais, tal como feito neste trabalho.

3. Modelo Proposto e Algoritmo no Visual Basic

3.1. O Modelo Utilizado

Tomando como base a definição e apresentação da abordagem do Problema de Sequenciamento de Atividades em Projetos de acordo com os autores Artigues *et al.* (2003) e Vieira (2010), a seguir, será abordado o modelo matemático utilizado neste trabalho.

A partir do modelo matemático proposto por Artigues *et al.* (2003) acrescentou relações disjuntivas entre as atividades, isto é, um conjunto de pares de atividades que não podem ser executadas simultaneamente. Além dessa contribuição, os autores também propuseram que as constantes arbitrárias fossem substituídas por valores calculados de forma otimizada para economizar esforço computacional.

Para a modelagem proposta em seu trabalho, foram consideradas, além das informações anteriores, o conjunto de atividades disjuntivas, D, ou seja, que não possuem uma ordem de execução definida a priori.

Sendo assim, apresenta-se o novo modelo proposto:

- (1.0) Min C_{max}
- (1.1) $C_{max} \geq p_i + t_i \forall i \in V$,
- (1.2) $y_{ij} = 1 \forall (i, j) \in E$,
- (1.3) $y_{ji} = 0 \forall (i, j) \in E$,
- (1.4) $y_{ij} + y_{ji} = 1 \in D$,
- (1.5) $t_j - t_i - y_{ij} \sum_{i \in V} p_i \geq p_i - \sum_{i \in V} p_i \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, i \neq j$
- (1.6) $f_{ijk} - y_{ij} \max_{k \in R} \{q_{ik}\} \leq 0 \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\} \forall k \in R, i \neq j$
- (1.7) $\sum_{j \in V \cup \{t\}} f_{ijk} = q_{ik} \forall i \in V \cup \{s\}, \forall k \in R$,
- (1.8) $\sum_{i \in V \cup \{s\}} f_{ijk} = q_{jk} \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in R, i \neq j$
- (1.9) $t_i \geq 0 \forall i \in V \cup \{s\} \cup \{t\}$
- (2.0) $f_{ijk} \geq 0 \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}, \forall k \in R$
- (2.1) $y_{ij} \in \{0, 1\} \forall i \in V \cup \{s\}, \forall j \in V \cup \{t\}$

Neste modelo, a função objetivo (1.0) e as restrições (1.1) e (1.2), que são as mesmas propostas por Artigues *et al.* (2003). As restrições (1.3) fixam os valores das variáveis y_{ji} quando a relação de precedência é preestabelecida. Em (1.4) são representadas as relações disjuntivas, determinando a relação de precedência entre as atividades do projeto. As restrições (1.5) e (1.6) são coincidentes com as relações (1.5) e (1.6) do modelo proposto por Artigues *et al.* (2003). Entretanto, os valores de M e N não são mais arbitrários. Neste caso, M é calculado em função dos valores de p_i , e N em função dos valores de q_{ik} . As restrições (1.7), (1.8), (1.9), (2.0) e (2.1) foram reescritas da formulação já apresentada em Artigues *et al.* (2003) e Vieira (2010). Além disso, as restrições (1.5), (1.6), (1.7) e (1.8) agora são válidas apenas para todo $i \neq j$. As restrições em (1.3) foram incluídas no modelo para garantirem que não haja ciclo entre duas atividades pertencentes ao conjunto de atividades precedentes. Fixando-se tais valores, é possível reduzir o número de variáveis a serem calculadas em $\{E\}$.

Outro importante acréscimo proposto ao modelo anterior constitui-se nas restrições apresentadas em (1.4), as quais se referem às relações disjuntivas, estabelecendo que as duas atividades não possam ser executadas ao mesmo tempo. Estas restrições fazem com que o modelo se aproxime ainda mais às situações práticas, no qual duas atividades que a princípio poderiam ser executadas em paralelo, em termos de recurso são impossibilitadas, pois o início de execução de uma atividade implica em restrições à execução da outra.

Com o objetivo de estabelecer valores mais realistas e que podem ser automaticamente atribuídos à constante M , evitando assim possíveis equívocos, propõe-se uma nova metodologia nas restrições em (1.5). Sabendo que a constante M está relacionada aos tempos de processamento e deve ser uma constante suficientemente grande, M passa a ser a soma de todos os tempos de processamento, o que garante que seu valor atenderá ao requisito de grandeza e ela deixará de ser uma constante arbitrária. Sendo assim, esse valor atribuído a M garante que, no caso das atividades não apresentarem relação de precedência (ou seja, $x_{ij} = 0$), o somatório de todos os tempos de processamento será sempre maior ou igual ao tempo de processamento de apenas uma atividade, validando assim as restrições apresentadas em (1.5).

No conjunto de restrições (1.6), substituiu-se o valor arbitrário de N pelo valor máximo de um determinado recurso necessário a uma atividade. Como a restrição condiciona a existência de fluxo à existência de uma relação de precedência entre as atividades i e j , a escolha por um valor máximo dentre os possíveis fluxos entre i e j sempre atenderá a restrição em questão.

Por fim, outra contribuição significativa ao modelo é dada nas restrições (1.5), (1.6), (1.7) e (1.8), as quais se limitam os valores de $i \neq j$. De fato, esta contribuição reduz em n o número de variáveis do problema para cada conjunto de restrições em (1.7) e (1.8), enquanto que em (1.5) e (1.6) são reduzidos, respectivamente, um total de n restrições do problema.

3.2. Programação com VBA e Planilhas do Excel

Após a execução do modelo matemático para o Problema de Sequenciamento em Projetos com Restrição de Recursos, utilizando o *software* otimizador *glpk-4.52*, é gerado um arquivo no formato *.out*. Esse arquivo contém todas as informações e análises decorrentes do processo de otimização do problema em questão. Em um dos exemplos ao qual se aplicou tal modelo, composto de 14 atividades e 20 recursos, esse arquivo de texto é composto de 11878 linhas. Tamanho quantidade de informação é de difícil interpretação, uma vez que é preciso buscar manualmente as informações mais relevantes, como datas de início de cada uma das atividades, por exemplo.

Para simplificar esse trabalho repetitivo e demorado, elaboraram-se rotinas no *software* Microsoft Excel através da programação em VBA. Tais rotinas são capazes de, através de instruções específicas de código, serem atribuídas a botões e com poucos passos obter uma análise gráfica detalhada.

O problema de automatizar a sequência de passos para execução do processo de otimização utilizando o *glpk-4.52* consiste basicamente de:

- preparar os arquivos de entrada de dados, de extensão *.dat*;
- digitar no prompt de comando do Windows as instruções para execução dos arquivos de extensão *.mod*, contendo o algoritmo de otimização, *.dat*, com os dados de entrada e configurar o arquivo de output, de extensão *.out* ou *.txt*;
- buscar no arquivo de saída as informações necessárias para construir um Gráfico de Gantt com a sequência de atividades correta, data de início e término de cada uma e os recursos utilizados;
- distribuir os dados na planilha e convertê-los em um gráfico formatado.

4. Aplicações e Resultados

Esta seção aborda a aplicação do modelo e do *software* utilizado neste trabalho, apresentando um pouco do contexto dos problemas em que ele foi utilizado.

O exemplo aqui apresentado foi manipulado através da metodologia apresentada para a modelagem computacional de problemas. Utilizou-se a metodologia *Mathematica IProgramming Language* (MPL) e o otimizador *GLPK-4.52* (*GNU LanguageProgram Kit*), um pacote cujo objetivo é resolver Problemas de Programação Linear de larga escala, Problemas de Programação Linear Inteira Mista e outros problemas relacionados. É um *software* gratuito e disponível para download em inglês.

Considere um projeto constituído de 14 atividades que se refere ao processo de caracterização de amostras de minério de ferro em uma empresa de análises do estado de Minas Gerais. A caracterização tecnológica permite conhecer as principais propriedades químicas e físicas de

determinado minério. De posse de informações como densidade, propriedades magnéticas, refração da luz, entre outras, é possível indicar uma rota de processo adequada de acordo com as características e necessidades do mercado.

No caso da organização em questão, o serviço prestado destina-se à identificação dos componentes químicos da amostra, determinando-se, por exemplo, o percentual de óxido de ferro, quartzo e outros, a fim de permitir aos gestores da empresa contratante a capacidade de indicar a viabilidade da exploração de determinado montante de matéria prima, o lucro esperado, por exemplo.

O processo de análise mineralógica de amostras na planta da empresa nunca havia passado por nenhum tipo de estudo voltado para sequenciamento de atividades e as mesmas eram realizadas conforme o bom senso de seus operadores.

O processo foi estudado durante duas semanas, com acompanhamento dos operadores, que forneceram as informações. O papel deles foi fundamental para a compreensão das relações de precedência entre as atividades e na determinação dos tempos de execução de cada uma delas. Também foi feito o levantamento de todos os recursos envolvidos no projeto, como equipamentos, medidores, ferramentas e mão-de-obra.

Sendo assim, a Figura 1 esquematiza a estrutura do projeto de análises químicas de forma analítica.

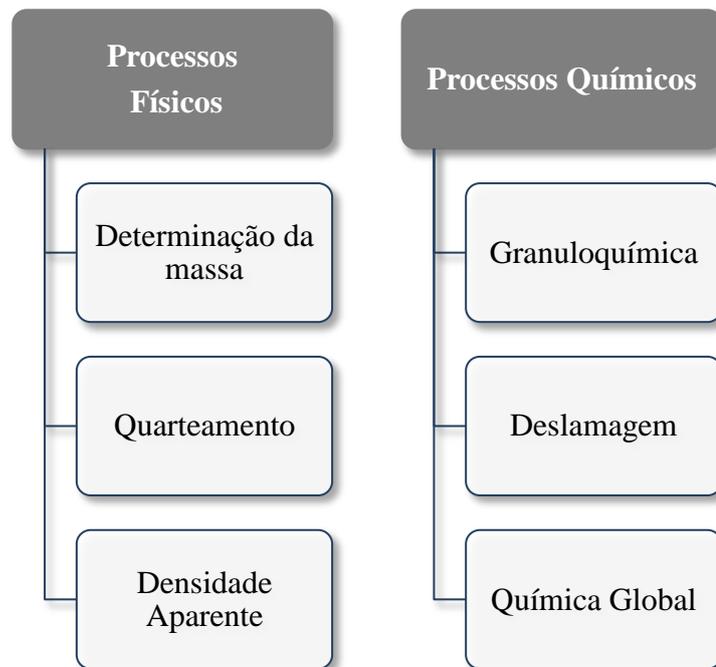


Figura 1 - Estrutura do Projeto.

Fonte: Pesquisa Direta.

Para este exemplo, considere então um conjunto de 14 atividades $V = \{1, 2, 3, \dots, 14\}$ com seus respectivos tempos de processamento p_i , quantidades de recurso q_{ik} necessárias para sua execução e a precedência entre as atividades mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 - Dados de entrada do modelo.

Atividade	p_i	q_{ik}	Precedência
Determinação da Massa	0,08	1	0
Quarteamento	0,17	1	1
Densidade Aparente	0,5	1	2
Classificação 32mm	0,08	1	3
Determinação da Massa	0,08	1	4
Britagem 32mm	0,17	1	5
Quarteamento	0,17	1	5
Granuloquímica	0,50	1	7
Britagem 6.32 mm	0,08	1	7
Deslamagem	0,75	1	8
Quarteamento	0,16	1	9
Mineralogia	0,92	1	11
Britagem 2mm	0,17	1	11
Química Global	1	1	10,13

Fonte: Pesquisa Direta.

No exercício desse projeto, a lista de recursos levantada está descrita e detalhada na Tabela 2.

Tabela 2 - Lista de Recursos.

Mão de Obra	Equipamentos
Funcionário 1	Balança
Funcionário 2	Quarteador de Carrossel
Funcionário 3	Recipiente Graduado
Funcionário 4	Britador 32mm
Funcionário 5	Peneira
Funcionário 6	Britador 6,35mm
Funcionário 7	Britador 2mm
Funcionário 8	Estufa
Funcionário 9	PHmetro
Funcionário 10	Pset

Fonte: Pesquisa Direta.

As atividades estão ordenadas conforme representado na Tabela 3.

Tabela 3 - Dados do Projeto de Análises

Atividade	Início	Atividades Precedentes
1	0	-
2	0,08	1
3	0,25	2
4	0,75	3
5	0,83	4
6	0,91	5
7	1,08	6
8	1,25	7
9	1,67	7
10	2,83	8
11	1,75	9
12	1,91	11
13	3,41	11, 12
14	3,58	10, 13

Fonte: Pesquisa Direta.

Para este caso específico, considere o grafo representativo do problema mostrado na Figura 2.

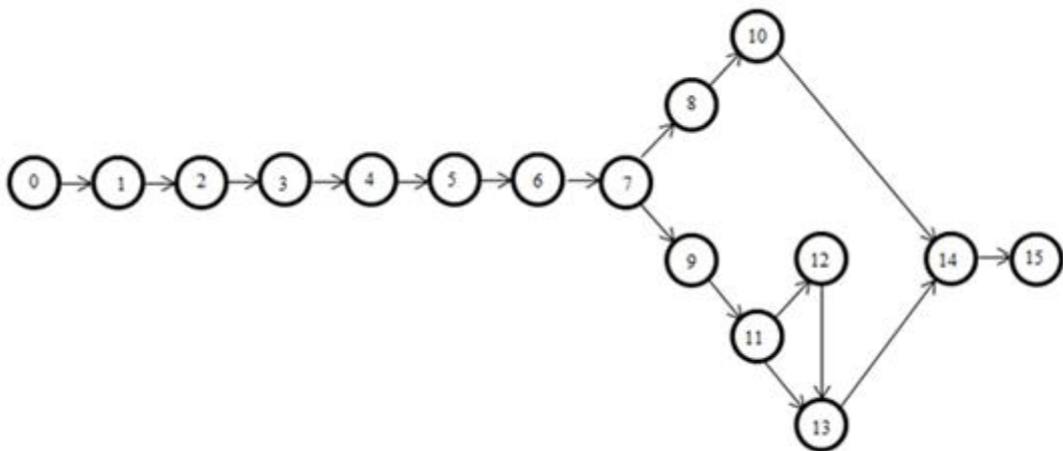
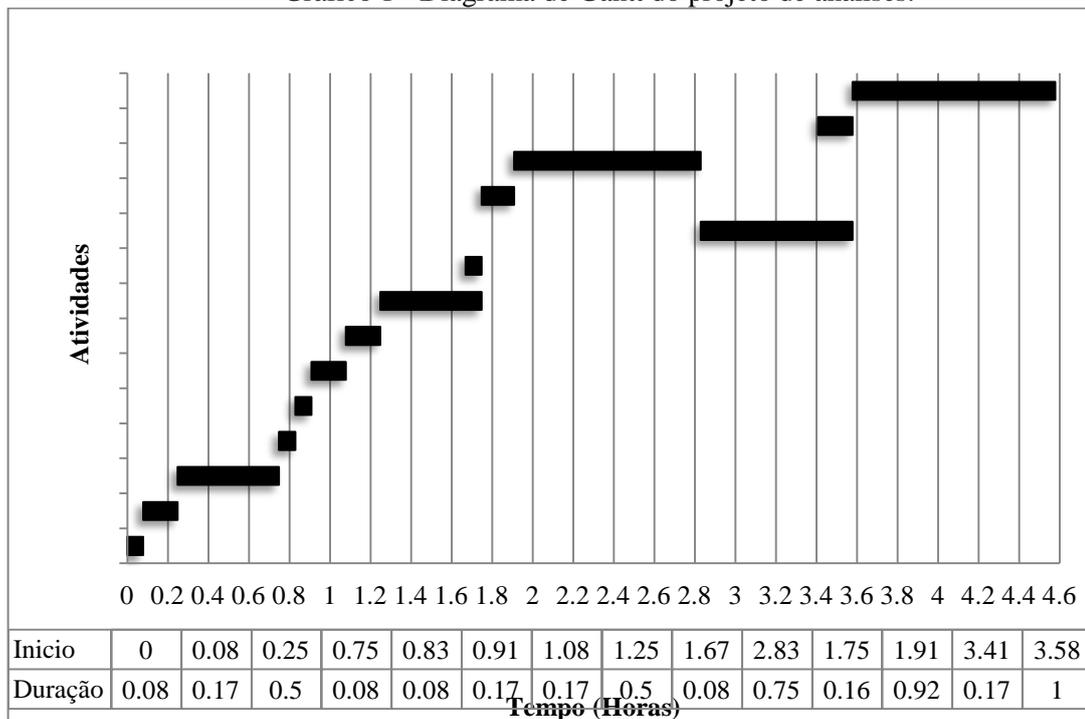


Figura 2 - Grafo do Projeto de Análises.
Fonte: Pesquisa Direta.

Este grafo representa a sequência mais adequada para se executar as atividades do projeto de análise mineralógica descrito acima, observadas as relações de precedência entre cada uma das atividades.

A solução pode ser visualizada pelo Diagrama de Gantt conforme o Gráfico 1, que mostra a solução ótima. Neste caso, o modelo apresentou um *makespan* de 3,58 horas para executar 14 atividades, dispondo-se de 20 recursos. O tempo computacional gasto foi de menos de 1 segundo, e foi necessário utilizar 2,3 MB de memória.

Gráfico 1 - Diagrama de Gantt do projeto de análises.



Fonte: Pesquisa Direta.

Nota-se que as atividades que compartilham recursos, ou seja, utilizam o mesmo tipo de recursos foram escalonadas separadamente. O diagrama que ilustra a relação entre os recursos e as atividades está disposto na Tabela 4. Cada quadrado preenchido representa que o recurso daquela coluna está relacionado à atividade daquela linha.

Nesse problema em específico, cada atividade utilizou apenas uma unidade de cada recurso. Esse fato se dá por peculiaridades do processo: apesar de existirem na planta da empresa vários equipamentos semelhantes à disposição, muitos deles são calibrados de forma diferente. A exemplo da atividade de determinação da massa, que ocorre mais de uma vez durante o projeto, mais de um tipo de balança é utilizada. Apesar de todas formarem a mesma classe de recurso, no caso, balanças, cada uma é mais adequada para determinada fase do processo. Por isso, preferiu-se distinguir tais equipamentos individualmente em um tipo de recurso que disponibiliza uma única unidade, fazendo assim um retrato mais fiel da situação real de execução das tarefas. Uma segunda peculiaridade da atividade em questão é a fragmentação do processo. O quarteramento, tarefa repetidamente executada durante o trabalho, caracteriza-se por particionar um montante de amostra em quatro partes aproximadamente iguais. Uma dessas quatro partes é coletada e passa por determinados processos, entre eles, a britagem, para redução da granulometria. Dessa maneira, evita-se que a amostra inteira passe por britadores e que apenas o montante necessário seja processado. As outras partes da amostra passarão por outras análises ou continuarão a mesma sequência de atividades, mas, desta vez, compondo outro processo. Portanto, a análise mineralógica acaba se ramificando, com várias amostras sendo analisadas em regiões diferentes da planta. É de suma importância garantir que determinada unidade de recurso esteja alocada num determinado período de tempo que aos outros ramos do processo não sejam alocados esses mesmos recursos. Neste trabalho, fez-se a análise da sequência de

atividades de um desses ramos, representados pelo grafo, pelo Diagrama de Gantt e pela tabela de relação entre atividades e recursos apresentados acima.

Tabela 4 - Utilização de recursos em cada atividade.

Atividades/Recursos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Determinação da Massa	■	■	■								■									
Quarteamento											■	■								
Densidade Aparente															■					
Classificação 32mm																				
Determinação da Massa																				
Britagem 32mm														■						
Quarteamento											■	■								
Granuloquímica	■					■					■		■							■
Britagem 6.32mm				■	■											■				
Deslamagem							■	■											■	■
Quarteamento				■	■						■	■								
Mineralogia				■	■								■		■				■	■
Britagem 2mm				■	■												■		■	■
Química global									■	■	■		■		■				■	■

Fonte: Pesquisa Direta

A utilização do *software* apresentado neste trabalho contribuiu significativamente para interpretação dos resultados. Ao iniciar a análise do processo, interpretação das relações entre as atividades e seus recursos e transferir essas informações para planilhas, foi possível chegar a algumas conclusões iniciais, principalmente quanto à organização geral do trabalho. Não havia planejamento prévio algum dessas atividades e apenas os funcionários, responsáveis pela designação de tarefas tinham percepção aproximada da sequência mais adequada de execução das atividades. Ao acompanhar o desenvolvimento do sistema, visualizando a construção do Diagrama de Gantt, passo a passo, adaptando-o a cada nova conclusão, principalmente no que toca a relação de precedência e restrições de recursos entre as atividades, todos os envolvidos passaram a ter uma visão global do processo, deixando de dominar apenas a seção pelas quais eram responsáveis.

O resultado emitido pelo *software* depois de todo o estudo relatado acima permitiu uma análise mais sensível, personalizada e rápida para o problema em questão. Ressalta-se a oportunidade de ter efetuado todo o levantamento de dados e planejamento de forma detalhada e sistemática, com acompanhamento de todos os envolvidos no processo, sendo também possível emitir os relatórios conforme a necessidade da chefia. As rotinas elaboradas se mostraram eficazes, trazendo eficiência e agilidade à análise e economizando tempo.

5. Considerações

Neste trabalho apresentou-se uma abordagem e um modelo de Programação Linear Inteira Mista, com o objetivo de chegar a um sequenciamento de atividades em projetos com restrição de recursos otimizada. O modelo matemático para o PSPRR foi aplicado na prática, em uma planta de análises mineralógicas de uma empresa do estado de Minas Gerais.

Foi feito um estudo completo em parceria com os funcionários envolvidos no processo de análises químicas, que auxiliaram na compreensão do projeto, organização das relações de precedência entre as atividades, determinação do tempo de execução e dos recursos utilizados em cada tarefa. Esse estudo foi fundamental para que os próprios funcionários passassem a ter uma visão global do projeto em que trabalhavam.

Uma interface computacional entre o usuário e o modelo matemático foi proposta, a fim de reduzir o tempo gasto em inserir os dados, resolver o problema e construir os gráficos necessários para interpretar os resultados.

Através da interface desenvolvida, obtiveram-se interpretações de resultados mais rápidas e simplificadas. Além disso, foi possível que os gestores do projeto alterassem informações, dados e recursos utilizados durante a execução do projeto dentro do sistema. Essa necessidade é recorrente, pertinente da dinâmica das operações e com a automatização da tarefa de sequenciar as atividades, atende-se a esse ponto com eficiência.

Uma das limitações do trabalho é o atual estado de desenvolvimento do sistema. Pretende-se desenvolver módulos de inserção de dados, geração de grafos e formatação dos Gráficos de Gantt de forma automática. Também se espera, nas próximas versões, que a análise de utilização de recursos seja feita pelo próprio *software*. No entanto, ressalta-se que, para o objetivo proposto, os resultados são satisfatórios. Enquanto que, para executar o sequenciamento de atividades manualmente, para o exemplo apresentado neste trabalho, foi dedicado um dia inteiro de trabalho, a utilização manual permitiu executar a tarefa em menos de 15 minutos.

Em suma, desenvolver um método de sequenciamento de atividades que forneça uma solução em tempo viável encontra grande respaldo no ambiente competitivo e dinâmico das empresas. Dessa forma, atrelar esse método a um sistema que acelere ainda mais esse processo e facilite a apresentação dos resultados é de grande valia. Os ganhos advindos da aplicação de ambas as ferramentas no gerenciamento das atividades corporativas contribuem para a redução dos desperdícios e auxiliam a tomada de decisões em âmbito estratégico.

Referências

ARTIGUES, C.; Michelon, P.; Reusser, S.. *Insertion techniques for static and dynamic resource constrained project scheduling*. **European Journal of Operational Research**, v.149, n. 2, p.249-267, set. 2003.

ARTIGUES, C.; Leus, R; Nobibon, F. *Robust optimization for resource-constrained project scheduling with uncertain activity durations*. **Flexible Services and Manufacturing Journal**, v. 25, p.175-205, jun. 2013.

BALAS,E.*Project Scheduling with Resource Constraints*.**Operational Research**, v. 15, p.915-957, 1967.

BIANCO, L. e Caramia, M.*A new formulation for the project scheduling problem under limited resources*,**Flexible Services and Manufacturing Journal**, v. 25, p. 6-24, jun. 2013.

BRUCKER, P., Knust, S., Schoo, A. e Thiele, O.*A Branch and Bound Algorithm for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem*, **European Journal of Operational Research**, v. 107, p.272-288, 1998.

BRUCKER, P. &Knust, S.*A Linear Programming and Constraint Propagation-Based Lower Bound for the RCPSP*.**European Journal of Operational Research**, v.127, p.355-362, 2000.

BRUNI, M.E.; Beraldi,P.; Guerriero, F.; Pinto, E. *A heuristic approach for resource constrained project scheduling with uncertain activity durations*.**Computers & Operations Research**.v.38, n. 9, p.1305-1318, set. 2011.

CARRIER, J. e Néron, E.*On Linear Lower Bounds for the Resource Constrained Project Scheduling Problem*, **European Journal of Operational Research**, v. 149, p.314-324, 2003.

CHRISTOFIDES, N., Alvarez-Valdes, R. e Tamarit, J. M. *Project Scheduling with Resource Constraints: A Branch and Bound Approach*, **European Journal of Operational Research**, v. 29, p.262-273, 1987.

DEBLAERE, F., Demeulemeester, E. L., Herroelen, W. S. & Vonder, S. V. *Robust Resource Allocation Decisions in Resource Constrained Projects*. **Decision Science**, v. 38, p.5-37, 2007.

GAREY, M. R. e Johnson, D. S. *Complexity results for multiprocessor scheduling resource constraints*, **SIAM J. Comput**, v. 4, p.397-411, 1975.

JÚNIOR, Degival Rodrigues. **Sequenciamento de Produção com restrição na ordem de precedência**. *Revista Gestão, Inovação e Tecnologias*. v.2, n.3, p.274-284, 2012.

KLEIN, R. & Scholl, A. *Computing Lower Bounds by Destructive Improvement: An Application to Resource-Constrained Project Scheduling*. **European Journal of Operational Research**, v. 112, p.322-346, 1999.

KOLISCH, R. e Sprecher, A. *Psplib – A Project Scheduling Problem Library*, **European Journal of Operational Research**, v. 96, p.205-216, 1996.

KONE, Oumar; Artigues, Christian; Lopez, Pierre; Mongeau, Marcel. *Event-based MILP models for resource-constrained project scheduling problems*. **Computers & Operations Research**. v.38, n.9, p.3-13, set. 2011.

KONSTANTINIDIS, P. D. *A Model to Optimized Project Resource Allocation by Construction of a Balanced Histogram*, **European Journal of Operational Research**, v.104, p.559-571, 1998.

MINGOZZI, A., Maniezzo, V., Ricciardelli, S. e Bianco, L. *An Exact Algorithm for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem Based on a New Mathematical Formulation*, **Management Science**, v. 44, p.714-729, 1998.

PIZZOLATO, Nélio Domingues. **O problema do sequenciamento da produção em uma indústria química: avaliação de uma aplicação real**. *Gestão & Produção*. v.6, n.1, p. 16-29, abr. 1999.

VANHOUCKE, M. e Coelho, J. *A linear programming and constraint propagation-based lower bound for the RCPSP*, **European Journal of Operational Research**, v. 249, p.577-591, mar. 2016.

VIEIRA, Clarisse da Silva. **Modelagem e Solução de Problemas de Sequenciamento de Atividades em Projetos com Restrição de Recursos**. Tese em Engenharia Mecânica – UFMG, Belo Horizonte, 2010.

VIEIRA, Clarisse da Silva. **Um projeto da construção civil modelado e resolvido como um Problema de Sequenciamento em Projeto com Restrição de Recurso**. Em: Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - XLV SBPO, Natal/RN Brasil, 2013.